

สนามในบริเวณภายในทรงกลมที่เกิดจากสายอากาศสล็อต

ที่อยู่บนผิวตัวนำทรงกลม Interior Fields of Slot on Sphere

โมนาย ไกรฤกษ์ กิตติชัย พาณิชย์ปฐมพงศ์
Monai Krairiksh Kittichai Panichpathompong

ภาควิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
Department of Telecommunication Engineering
KMIT (Ladkrabang)

บทคัดย่อ

บทความวิจัยนี้แสดงวิธีการคำนวณสนามในบริเวณภายในทรงกลม ที่แพร่กระจายจากสายอากาศสล็อตที่เจาะบนผิวตัวนำทรงกลม สนามดังกล่าวถูกแสดงในเทอมของเวกเตอร์ สเฟียร์ิคัล-ฮาร์โมนิกส์ ผลการวิเคราะห์สรุปได้ว่า สนามจะมีค่าสูงสุดที่จุดศูนย์กลางของทรงกลมเสมอ แต่พารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่จะทำให้สนามที่จุดศูนย์กลางของทรงกลมมีค่าสูงสุด จะมีค่าแปรผันกับความถี่ที่ใช้งาน ประโยชน์ที่ได้รับจากการศึกษานี้จะนำไปพัฒนาสายอากาศปล่อยคลื่นไมโครเวฟเพื่อการรักษาโรคมะเร็ง

Abstract

Interior fields of slot on sphere are described. They are expressed in terms of vector spherical harmonics. It is found from numerical analysis that the maximum fields always takes place at the center of the sphere. However, the optimal parameters, which provide such maximum field, are frequency dependent. The significant application of this analysis is the development of a novel microwave hyperthermia applicator.

บทนำ

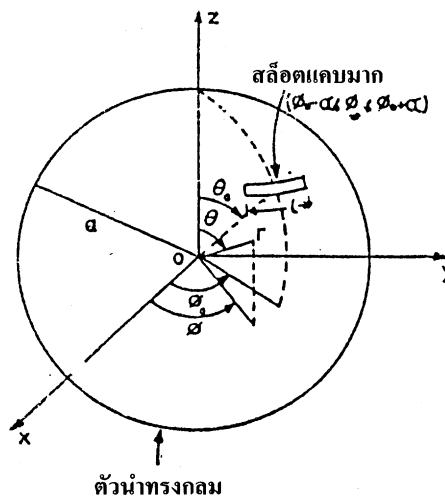
ปกติสนามจากสายอากาศสล็อตบนผิวตัวนำทรงกลมมักจะได้รับความสนใจและศึกษาเฉพาะในบริเวณภายนอกทรงกลม เพราะมีการประยุกต์ใช้งาน เช่น รายงานของ Mushiake และคณะ (1) ก็เป็นเรื่องเกี่ยวกับสายอากาศเพื่อใช้ในการสื่อสาร ส่วนงานของ Zhu และคณะ (2) กล่าวถึงการนำสายอากาศสล็อตบนผิวตัวนำทรงกลมมาใช้เป็นแบบจำลองของรูรั่วของเตาอบไมโครเวฟ เพื่อใช้ศึกษาผลกระทบที่มีต่อมนุษย์ สำหรับสนามภายในทรงกลมยังไม่มีผู้ใดวิเคราะห์มาก่อนเพราะยังไม่มีการใช้งานที่น่าสนใจ ผู้ทำวิจัยกำลังทำการวิจัยและพัฒนาสายอากาศปล่อยคลื่นเพื่อการรักษาโรคมะเร็งด้วยคลื่นไมโครเวฟแบบใหม่ โดยจะใช้สายอากาศสล็อตเจาะบนผิวตัวนำทรงกลมเป็นตัวปล่อยคลื่น ก่อนที่จะทำการออกแบบสายอากาศดังกล่าวให้สามารถใช้งานได้มีประสิทธิภาพ จำเป็นจะต้องวิเคราะห์สนามที่แพร่กระจายจากสายอากาศดังกล่าวเสียก่อน

การวิเคราะห์จะใช้วิธีคำนวณหาสนาม ณ ตำแหน่งใด ๆ ภายในวงกลม ในทอมของเวกเตอร์ สเฟียร์ิคัลฮาร์โมนิกส์ซึ่งสิ่งสำคัญของการวิเคราะห์อยู่ที่การคำนวณหาสัมประสิทธิ์ของการกระจาย ซึ่งอาศัยคุณสมบัติของโทโกนัลลิตีของฟังก์ชัน ประกอบกับเงื่อนไขขอบเขตของสนามมาช่วยในการหา ผลการคำนวณแพทเทอร์นของสนามที่แพร่กระจายจากสายอากาศดังกล่าวพอสรุปได้ดังนี้

1. สนามมีค่าสูงสุดที่จุดศูนย์กลางของตัวนำทรงกลม
2. พารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่ทำให้สนามที่จุดศูนย์กลางแรงที่สุด จะมีค่าแปรผันตามความถี่

ผลจากการวิเคราะห์ในครั้งนี้ มีประโยชน์ต่อการพัฒนาสายอากาศปล่อยคลื่นไมโครเวฟ เพื่อการรักษาโรคมะเร็งเป็นอย่างมาก

ทฤษฎี



รูปที่ 1 แสดงรูปทรงเรขาคณิตเพื่อการวิเคราะห์

สมมุติว่ามีตัวนำทรงกลม รัศมี a มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดของระบบโคออดิเนตทรงกลม ดังแสดงในรูปที่ 1 ณ ตำแหน่ง (a, θ_0, ϕ_0) ตัวนำทรงกลมถูกเจาะเป็นสลิตที่แคบมาก มีความยาวตามแนวมุม ϕ ด้วยความยาว 1 ที่ถูกกำหนดด้วยมุม α เป็น $\phi_0 - \alpha < \phi < \phi_0 + \alpha$ เนื่องจากสลิตแคบมากทำให้การสมมุติว่าสนามที่แรงรูปอยู่ที่ช่องเปิดของสลิตนี้ เป็นแบบไซนูซอยดอลสมเหตุสมผล นั่นคือ

$$\vec{E}_\alpha(a, \theta, \phi) = \hat{r} \sum_{n \times o} \sum_{m \times n} B_{mn} [N_\alpha(a, \theta_0, \phi_0)]$$

$$\hat{\theta} (1/a) \delta(\theta - \theta_0) \cos[\pi(\phi - \phi_0)/2\alpha], \phi_0 - \alpha < \phi < \phi_0 + \alpha$$

$$= 0 \text{ ที่อื่น ๆ} \quad (1)$$

สนามแม่เหล็กไฟฟ้าในสายอากาศสล็อตตั้งกล่าวคำนวณได้ในเทอมของเวกเตอร์สเฟียร์-
เคลฮาร์โมนิกส์ (Vector Spherical Harmonics) [3] ดังนี้คือ

$$\vec{E}(r, \theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [A_{mn} \vec{M}(r, \theta, \phi) + B_{mn} \vec{N}(r, \theta, \phi)] \quad (2)$$

$$\vec{H}(r, \theta, \phi) = (j/\eta) \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [B_{mn} \vec{M}(r, \theta, \phi) + A_{mn} \vec{N}(r, \theta, \phi)] \quad (3)$$

โดยที่ $\vec{M}(r, \theta, \phi)$ และ $\vec{N}(r, \theta, \phi)$ มีค่าดังนี้คือ

$$\begin{aligned} \vec{M}(r, \theta, \phi) = & \hat{e}_r [j_n(kr) (im/\sin \theta) P_n^m(\cos \theta) e^{jm\phi}] \\ & - \theta [j_n(kr)] [P_n^m(\cos \theta) \hat{e}_\theta] \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{และ } \vec{N}(r, \theta, \phi) = & \hat{r} \{ (1/kr) j_n(kr) n(n+1) P_n^m(\cos \theta) e^{jm\phi} \} \\ & + \hat{\theta} \{ (1/kr) [r j_n(kr)] / [P_n^m(\cos \theta)] / e^{jm\phi} \} \\ & + \hat{\phi} (1/kr) [r j_n(kr)] / (jm/\sin \theta) P_n^m(\cos \theta) e^{jm\phi} \end{aligned} \quad (5)$$

จะหาสนามได้ก็ต่อเมื่อได้ใส่เงื่อนไขขอบเขตของสนามที่ตรงช่องเปิดของสายอากาศสล็อต
เพื่อคำนวณหาสัมประสิทธิ์ของการกระจาย A_{mn} และ B_{mn} ซึ่งทำได้โดยอาศัยคุณสมบัติออร์ทोगอนัลลิตี้
(orthogonality) ของฟังก์ชัน ทำให้ได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$A_{mn} = \frac{-jm \alpha (2n+1) (n-m) 1 P_n^m(\cos \theta) \cos(m\theta) \cos(m\theta_0)}{a (\pi^2 - 4m^2 \alpha^2) (1 + \delta_m) n(n+1) (n+m)! j_n(ka)} \quad (6)$$

$$B_{mn} = \frac{\pi \alpha \cos(m\alpha) \cos(m\theta_0) (2n+1) (n-m)!}{ka (\pi^2 - 4m^2 \alpha^2) n(n+1) (n+m)!}$$

$$[P_n^m(\cos \theta_0) / \sin(\theta_0) [a j_n(ka)] /$$

$$[(1 + \pi_m) \pi/2 (2n+1)] \{ (n+1) [n+1] [j_{n-1}(ka)]^2 + n [j_{n-1}(ka)]^2 \} + n(n+1) \propto [j_n(ka) / ka]^2 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } \delta_m &= 1, m=0 \\ &= 0, m \neq 0 \end{aligned}$$

ในที่นี้ $j_n (*)$ หมายถึง สเฟียร์ริเคิลเบสเซลฟังก์ชัน (Spherical Bessel Function)

$P_n^m (*)$ หมายถึง แอสโซซิเอตเลอจองฟังก์ชัน (Associated Legendre Function)

เหตุที่เลือก $j_n (*)$ เพราะเป็นคลื่นที่พุ่งจากสายอากาศสล็อตเข้าหาจุดกำเนิด

เมื่อคำนวณสัมประสิทธิ์ A_{mn} และ B_{mn} ได้แล้ว แทนย้อนกลับในสมการ (2) และ (3) จะทำให้สามารถคำนวณหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ณ ตำแหน่งใด ๆ ภายในตัวนำทรงกลมได้

ผลการคำนวณ

จากวิธีการคำนวณที่ได้กล่าวมาแล้ว ในที่นี้พบว่ามีการมีเตอร์อยู่ 4 ตัว ได้แก่ รัศมีของทรงกลม (a) ตำแหน่งของสล็อต (θ_0 , ϕ_0) มุมที่รองรับสล็อต (α) และความยาวของสล็อต (l) จะคำนวณหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในบริเวณภายในทรงกลมที่ค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ และพยายามหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดของแต่ละความถี่ ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่ทำให้สนามที่จุดศูนย์กลางของทรงกลมมีค่าสูงสุด

เริ่มแรกกำหนดความถี่ที่ต้องการคำนวณ เท่ากับ 1,650 MHz เมื่อสมมติให้มุม α มีค่าคงที่เท่ากับ 2.22 เรเดียน ตำแหน่งของสล็อตอยู่ที่ $\theta_0 = 0.5815$ เรเดียน และ ϕ_0 เท่ากับ 0 เรเดียน ทำการคำนวณหาลำดับสองของความเข้มสนามไฟฟ้า ณ จุดศูนย์กลางของทรงกลม โดยเปลี่ยนค่ารัศมีของทรงกลมไป พบว่าที่รัศมี $a = 4.4$ cm. จะให้กำลังงาน ณ จุดศูนย์กลางแรงที่สุด จากนั้นนำรัศมี $a = 4.4$ cm. ไปคำนวณหาสนามใหม่ โดยคราวนี้ให้ $\theta_0 = 0.58$ เรเดียน และ $\phi_0 = 0$ เรเดียน คงเดิม แต่เปลี่ยนมุม α ไป พบว่า $\alpha = 2.31$ เรเดียน จะให้กำลังงานไฟฟ้าที่จุดศูนย์กลางมีค่าสูงที่สุด และเมื่อเปลี่ยนมุม θ_0 ไป โดยให้มุม α มีค่าเท่ากับ 2.31 เรเดียน และรัศมี $a = 4.4$ cm. จะได้ว่า ตำแหน่งของสล็อตที่ทำให้กำลังงานไฟฟ้าที่จุดศูนย์กลาง มีค่าสูงสุดจะเป็น $\theta_0 = 0.59$ เรเดียน ทำเช่นนั้นเรื่อย ๆ ไปจนค่ากำลังงานที่จุดศูนย์กลางไม่เพิ่มอีกแล้ว จะได้ค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้กำลังงานไฟฟ้าที่จุดศูนย์กลางสูงที่สุด ซึ่งมีค่าดังนี้คือ รัศมี $a = 4.4$ cm. $\theta_0 = 0.59$ เรเดียน และมุม $\alpha = 2.31$ เรเดียน

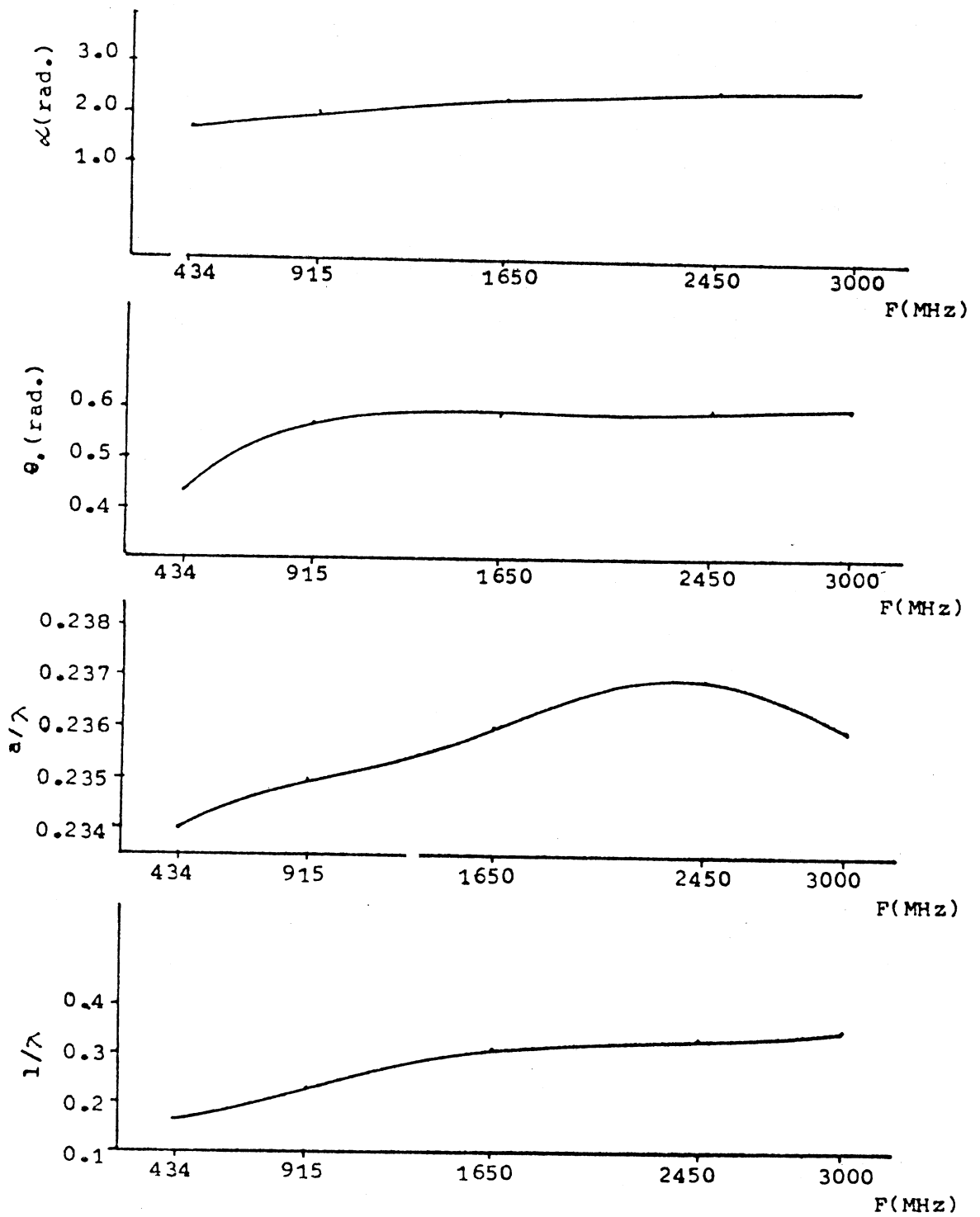
ด้วยการคำนวณในลักษณะเดียวกับการคำนวณที่ความถี่ 1,650 MHz ได้ทำการคำนวณหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่ความถี่ 434 MHz, 915 MHz, 2,450 MHz และ 3,000 MHz ตามลำดับ แล้ววาดกราฟแสดงพารามิเตอร์ต่าง ๆ เป็นฟังก์ชันของความถี่ ดังแสดงในรูปที่ 2 จะเห็นว่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ มีค่าแปรผันกับความถี่ และเมื่อนำค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม สำหรับแต่ละความถี่มาคำนวณหาลำดับกำลังงานที่จุดศูนย์กลางของทรงกลม แล้วเปลี่ยนความถี่ไป จะได้กราฟแสดงการตอบสนองความถี่ของพารามิเตอร์ที่เหมาะสมเหล่านั้น ดังแสดงในรูปที่ 3 จะเห็นว่าเมื่อความถี่ที่กำหนดใช้งานต่ำจะทำให้แบนด์วิดท์แคบกว่า เมื่อความถี่ที่ใช้งานถูกกำหนดให้มีค่าสูง

เมื่อคำนวณแพทเทิร์นของกำลังงานไฟฟ้า จากสล็อตบนผิวตัวนำทรงกลมขนาดต่าง ๆ พบว่าสนามจะมีค่าสูงที่สุดที่จุดศูนย์กลางเสมอ และเมื่อใช้พารามิเตอร์ใด ๆ ที่มีใช้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม เมื่อคำนวณสนามบนระนาบ xy ซึ่งเป็นตำแหน่ง ซึ่ง $Z=0$ ก็พบว่าสนามมีค่าสูงที่สุดที่จุดศูนย์กลางเช่นกัน ดังเช่นในรูปที่ 4 แสดงแพทเทิร์นของกำลังงานไฟฟ้า ในสองระนาบหลัก (Principal Plane)

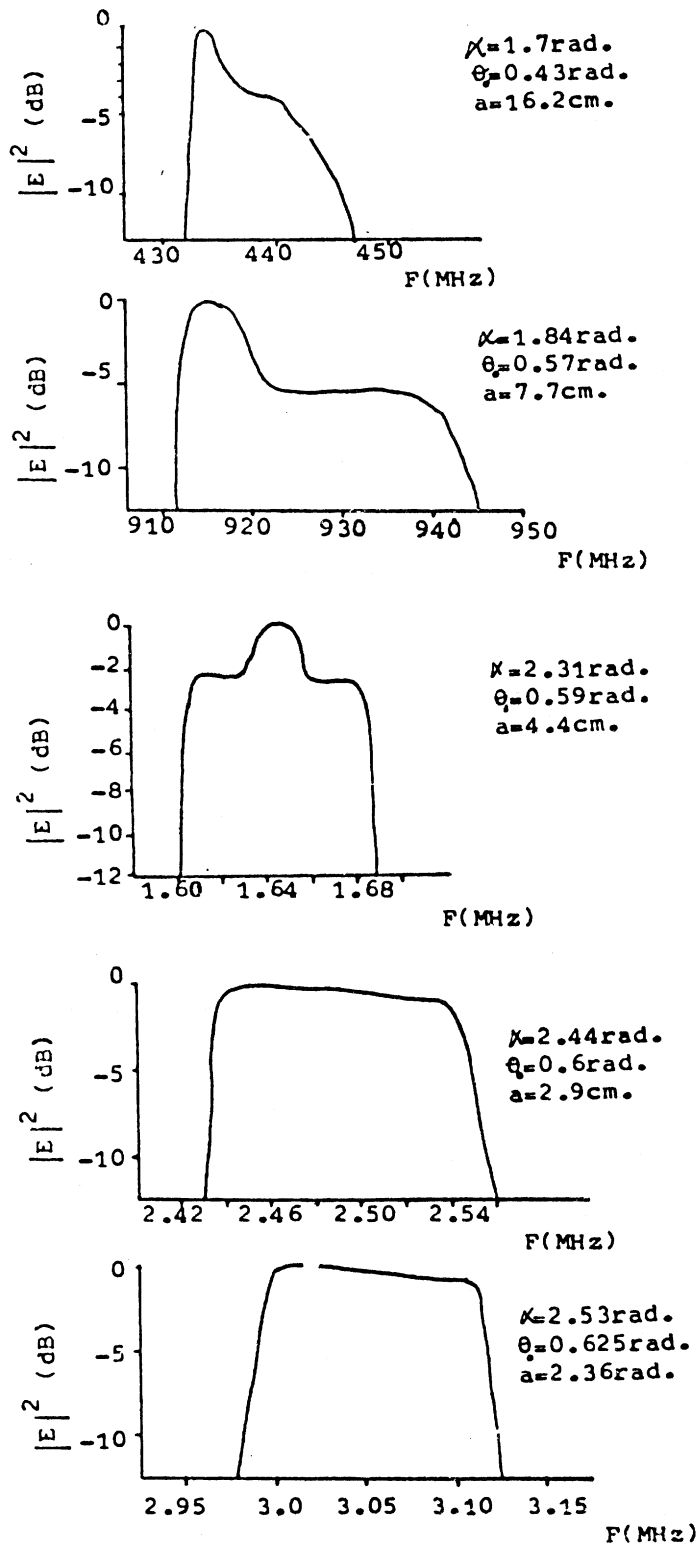
คือ $y=0$ และ $x=0$ ที่ความถี่ 2,450 MHz โดยที่มีมุม $\alpha = 2.0$ เรเดียน รัศมี $a = 4.3$ cm. และ $\theta_0 = 0.785$ เรเดียน $\phi_0 = 0$ เรเดียน

นอกจากนี้ในรูปที่ 5 และที่ 6 เป็นแพทเทอร์หลัก ของสายอากาศตัวเดิม แต่คำนวณที่ความถี่ 3,000 และ 1,000 MHz ตามลำดับ จากผลการคำนวณในรูปที่ 4, 5 และ 6 ทำให้ทราบว่าไม่ว่าพารามิเตอร์จะเป็นอย่างไร และไม่ว่าที่พารามิเตอร์หนึ่ง ๆ แม้ว่าจะเปลี่ยนความถี่ไป ก็ยังคงให้สนามมีค่าสูงสุดที่จุดกึ่งกลางของทรงกลม หากแต่ความเข้มของสนามย่อมแตกต่างกันไป

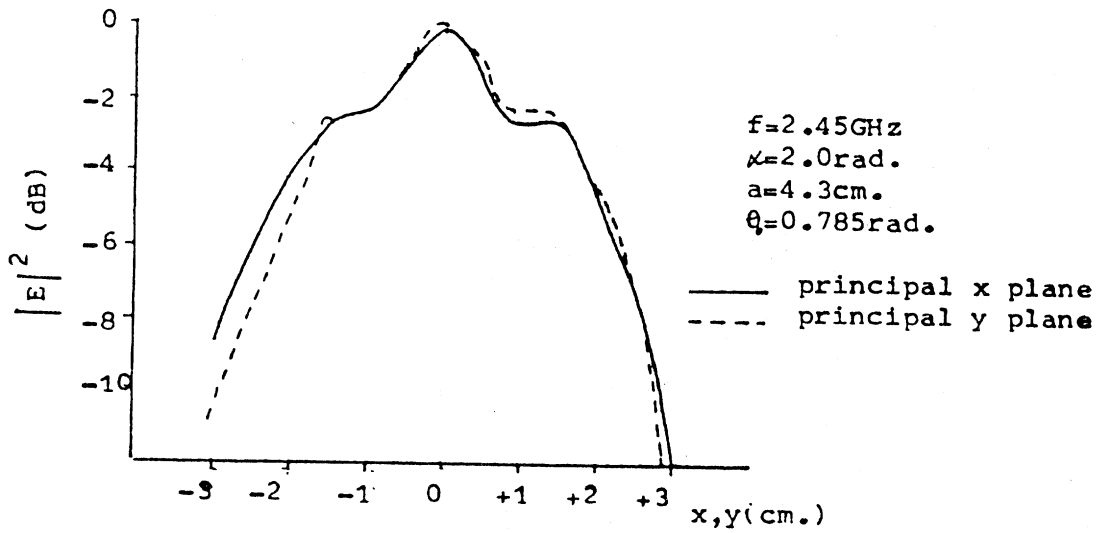
สำหรับที่ความถี่ 2,450 MHz นี้ โดยใช้พารามิเตอร์ $\alpha = 2.0$ เรเดียน รัศมี $a = 4.3$ cm. และ $\theta_0 = 0.785$ เรเดียน $\phi_0 = 0$ เรเดียน เมื่อลองคำนวณสนามตามตำแหน่งต่าง ๆ บนแกน z จะได้ผลลัพธ์ดังแสดงในรูปที่ 7 ส่วนแพทเทอร์ 3 มิติ ได้แสดงไว้ในรูปที่ 8



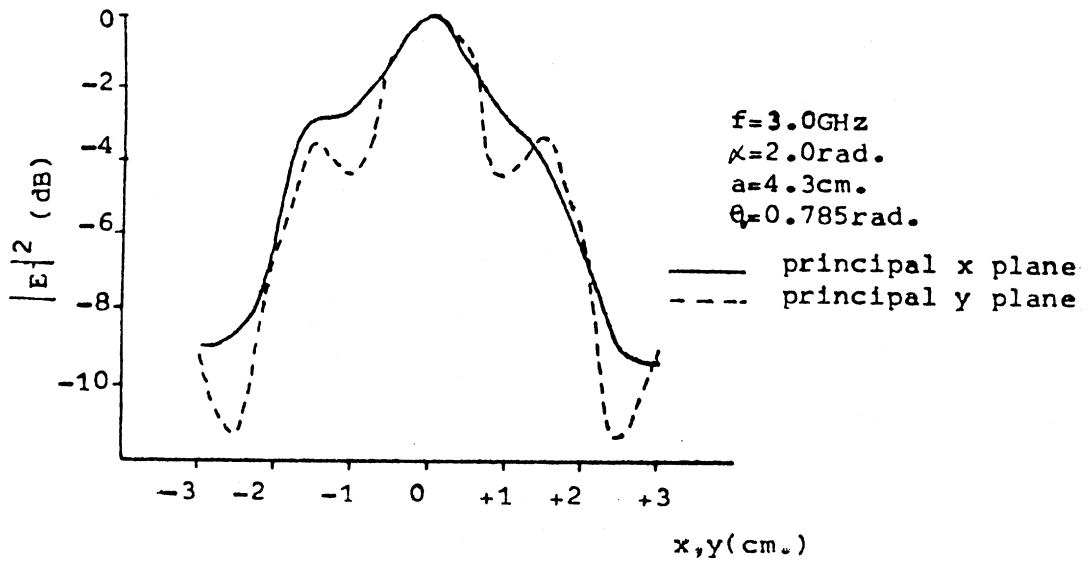
รูปที่ 2 พารามิเตอร์ที่เหมาะสมต่าง ๆ ที่แสดงเป็นฟังก์ชันของความถี่



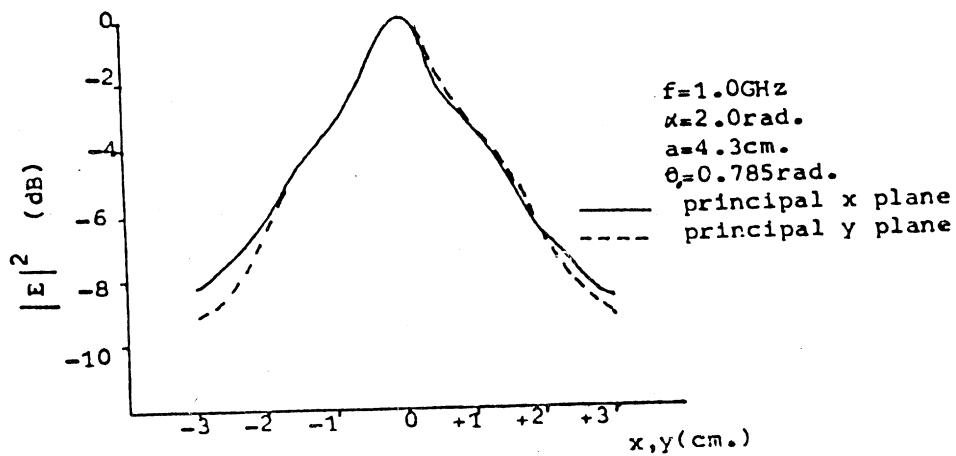
รูปที่ 3 แสดงการตอบสนองความถี่ของพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่ความถี่ใช้งานต่าง ๆ



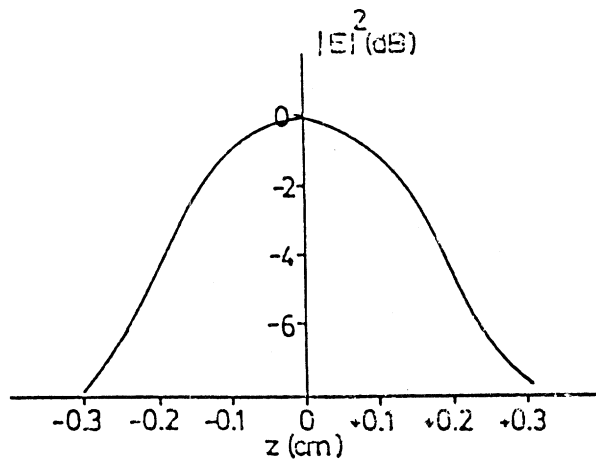
รูปที่ 4 แพทเทิร์นหลักที่ความถี่ 2.45 GHz



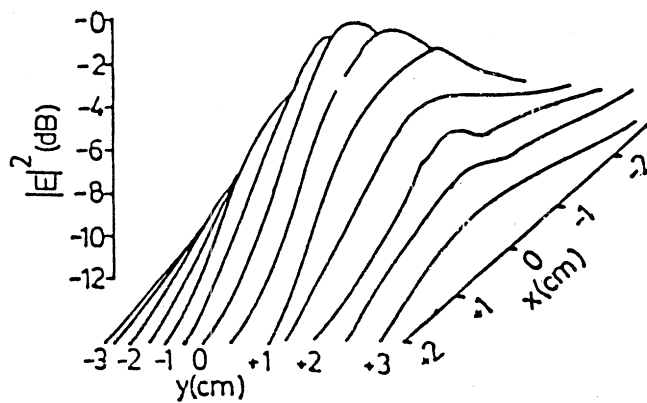
รูปที่ 5 แพทเทิร์นหลักที่ความถี่ 3.0 GHz



รูปที่ 6 แพทเทิร์นหลักที่ความถี่ 1.0 GHz



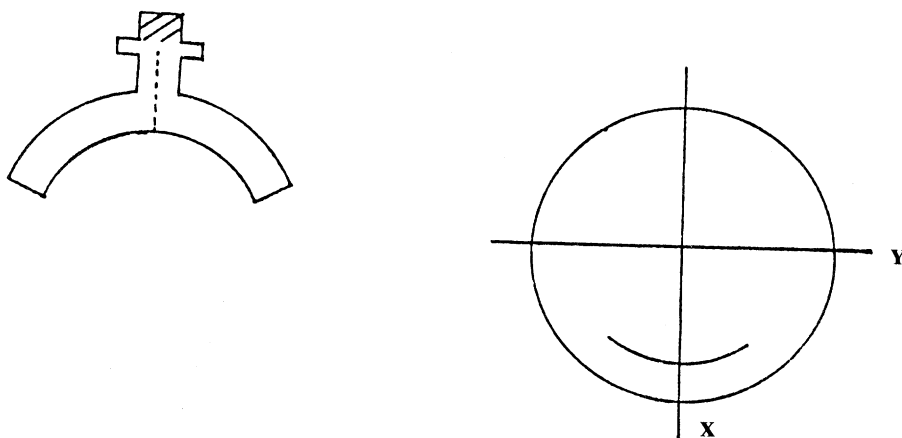
รูปที่ 7 สนามตามแนวแกน Z



รูปที่ 8 แพทเทิร์นสามมิติ

ผลการวัดทดสอบ

ได้สร้างสายอากาศสล็อตบนผิวตัวนำทรงกลม เพื่อวัดทดสอบเปรียบเทียบกับผลการคำนวณ โดยทำเป็นลักษณะควาวิตีบ่อนอยู่หลังสล็อต ดังแสดงในรูปที่ 9

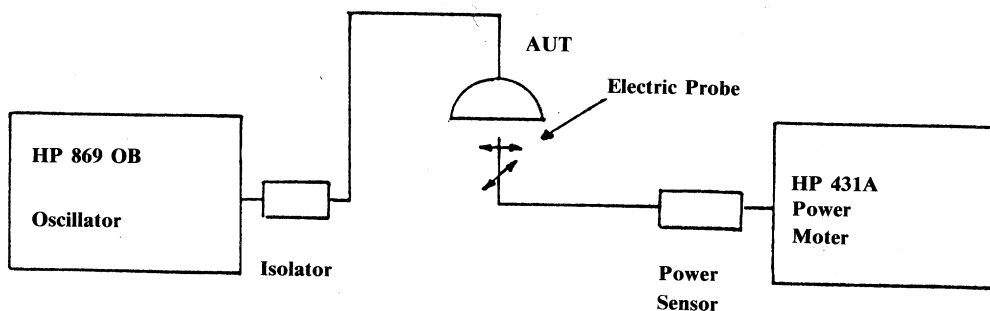


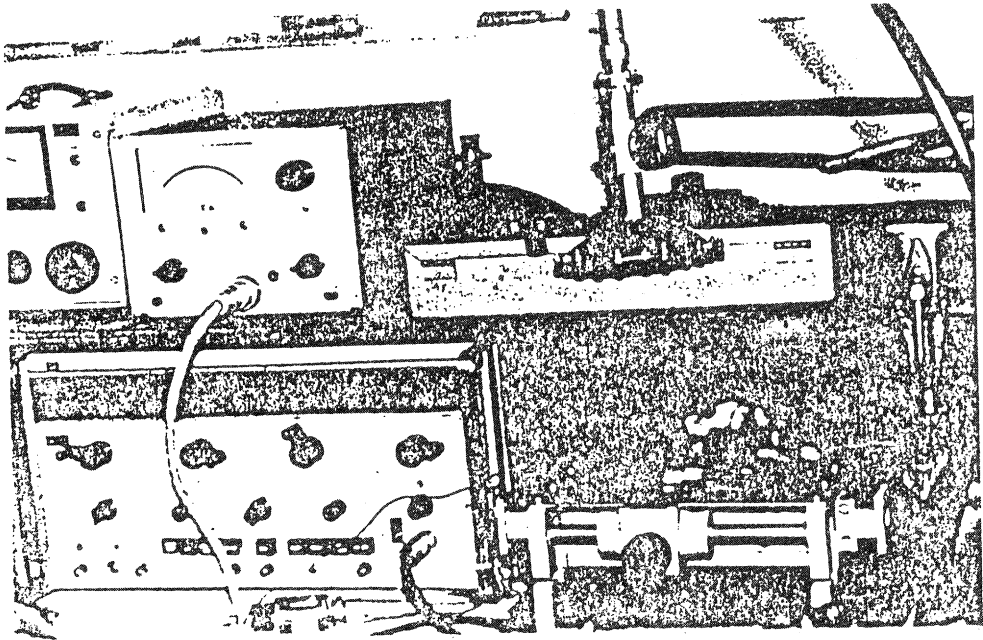
รูปที่ 9 แสดงควาวิตีที่ใช้บ่อนหลังสายอากาศสล็อตเพื่อการทดสอบ

ก. ด้านข้าง

ข. ด้านบน

โดยใช้พารามิเตอร์ $\alpha = 2.0$ เรเดียน $a = 4.3$ cm. และ $\theta_0 = 0.785$, $\theta_0 = 0$ เรเดียน ทำการทดสอบที่ความถี่ 2,450 MHz โดยจัดระบบการวัดดังแสดงในรูปที่ 10 (4) แล้ววัดแพทเทิร์น 3 มิติ ดังแสดงในรูปที่ 11 ซึ่งเปรียบเทียบกับรูปที่ 8 ได้ผลเป็นไปตามที่คาดไว้ แต่บริเวณที่ห่างจากจุดศูนย์กลางออกไปมีความแตกต่างจากการคำนวณอยู่บ้าง ทั้งนี้เนื่องจากการสมมุติ ใน (1) อาจไม่เป็นจริงสำหรับในกรณีในรูปที่ 9 อย่างไรก็ดี การวัดก็ยืนยันผลการคำนวณว่าสนามจะมีค่าสูงสุดบริเวณจุดศูนย์กลางของทรงกลม และเมื่อเปลี่ยนตำแหน่งของโพลไปตาม z จะพบว่ามีค่าเปลี่ยนแปลงในลักษณะเดียวกับในรูปที่ 7

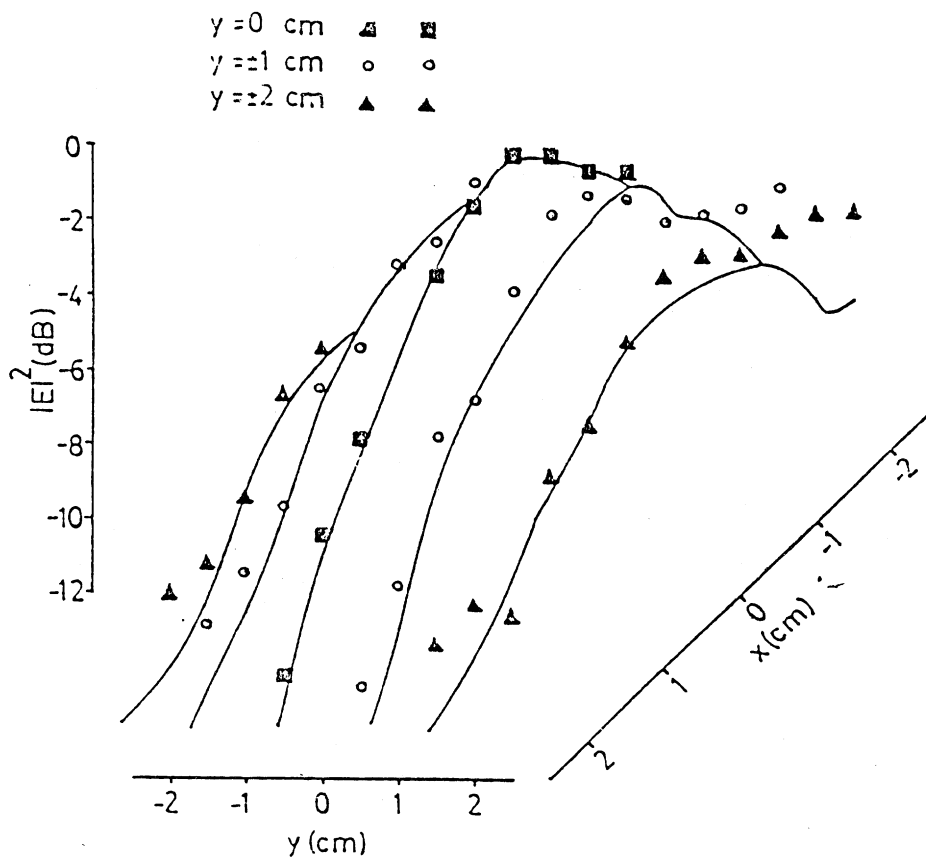




ข.

รูปที่ 10 ระบบการวัดแพพเทอร์นสายอากาศ

ก. แผนภูมิ ข. รูปถ่าย



รูปที่ 11 ผลการวัดแพทเทิร์นสายอากาศที่สร้างขึ้น

$$a = 4.3 \text{ cm}, \phi_0 = 0.785 \text{ rad}$$

$$\alpha = 2.0 \text{ rad}, f = 2,450 \text{ MHz}$$

สรุป

จากการคำนวณและวัดทดสอบ ทำให้ทราบว่า ในการใช้สายอากาศสล็อตบนผิวตัวนำทรงกลมปล่อยคลื่นเข้าไปในบริเวณภายในทรงกลม สนามจะมีค่าสูงสุด ณ จุดศูนย์กลางของทรงกลม หากแต่ที่ความถี่ต่าง ๆ พารามิเตอร์ที่กำหนดให้สนามไฟฟ้ามีค่าสูงสุดนี้ จะมีค่าแปรผันกับความถี่ ดังนั้น การจะใช้สายอากาศประเภทนี้ปล่อยคลื่น จึงจำเป็นต้องทราบพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งผลการศึกษาในครั้งนี้จะเป็นประโยชน์ หากต้องการออกแบบสายอากาศชนิดนี้ ก็ทำได้โดยดูจากกราฟที่แสดงการวิเคราะห์ได้ทันที

เอกสารอ้างอิง

- Y. Mushiake and R.E. Webster, **“Radiation Characteristics with power gain for slots on a sphere.”** IRE Trans. Antennas Propagation, pp. 47-55, January 1957.
- S.G. Zhu, K.M. Chen and H.R. Chuang, **“Interaction of the Near-Zone Fields of a Slot on Conducting Sphere with a Spherical Model of Man.”** IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-32, August 1984.
- J. Stratton, **Electromagnetic Theory.** New York: McGraw-Hill, 1941.
- G. Gajda, M.A. Stuchly and S.S. Stuchly, **“Mapping of the Near-Field Pattern in Simulated Biological Tissues.”** Electronics Letters, Vol.15, No.4, February, 1979.